

# Trafoersatzschaltungen

Physikalisches Modell:

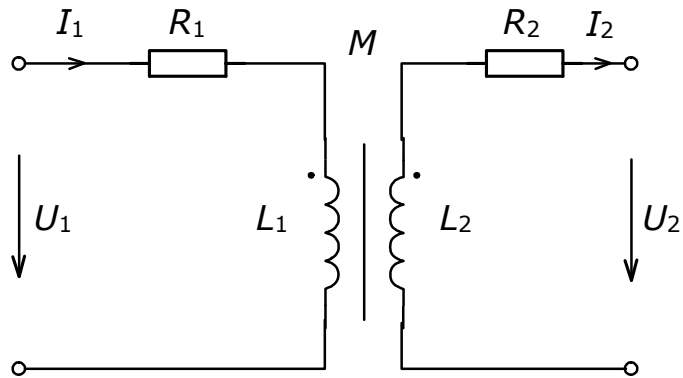


Bild 1

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = (R_1 + j\omega L_1) \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = j\omega M \underline{I}_1 + R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 = j\omega M \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \underline{I}_2$$

Die Z-Parameter lauten:

$$Z_{11} = (R_1 + j\omega L_1) \quad Z_{12} = j\omega M$$

$$Z_{21} = j\omega M \quad Z_{22} = (R_2 + j\omega L_2)$$

Daraus ergibt für das T-Ersatzschaltbild:

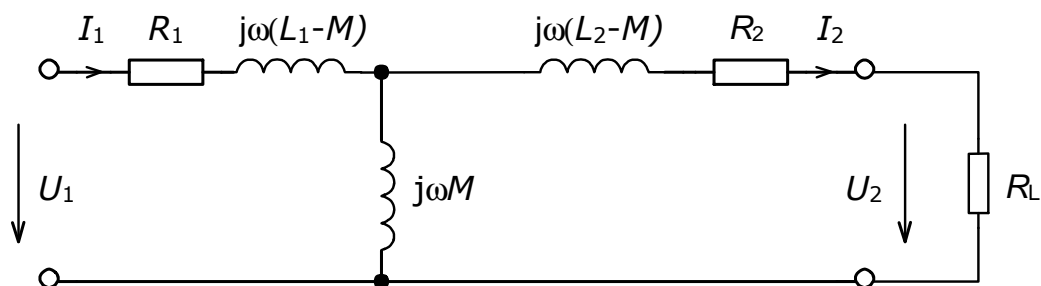


Bild 2

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{11} - \underline{Z}_{12} = (R_1 + j\omega(L_1 - M)) \quad L_1 - M = 4,42 \text{ H}$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{12} = j\omega M$$

$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} = (R_2 + j\omega(L_2 - M)) \quad L_2 - M = -0,51 \text{ H}$$

Für 50Hz gilt dann für die Elemente der T-Ersatzschaltung:

$$\underline{Z}_1 = 26\Omega + j1,39 \text{ k}\Omega$$

$$\underline{Z}_2 = j182,8\Omega$$

$$\underline{Z}_3 = 1\Omega - j159\Omega$$

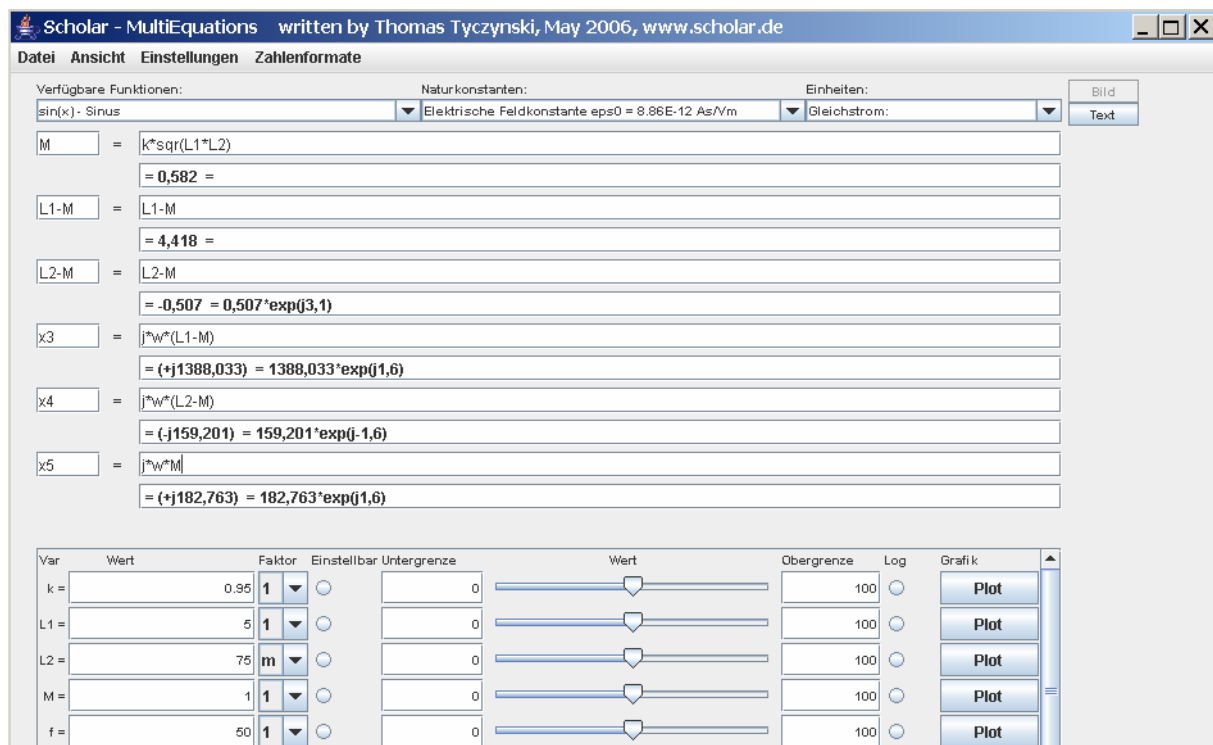


Bild 3

Um einfachere Ersatzschaltbilder und damit Rechnungen zu erhalten wird die Rechnung mit den Z-Elementen dahin gehend verändert, dass die Der reinen Transformation von Strom und Spannung in einer getrennten Rechnung durchgeführt werden. Wie man gleich sieht ergeben sich je nach Wunsch und Verwendung neue, und einfachere Ersatzschaltbilder. Doch zunächst klammern wir die Transformation aus, indem wir einen idealen Trafo an den realen anhängen. Dieser besitzt die genannten Transformationen mit Transformationsverhältnis  $\alpha$ , welches mit der Ersatzschaltung variiert und durch die Parameter des realen Trafos bestimmt wird.

$$\underline{U}_2^* = \alpha \underline{U}_2 \quad \underline{I}_2^* = \frac{I_2}{\alpha}$$

Ein angeschlossener Lastwiderstand unterliegt ebenfalls dieser Transformation:

$$R_L = \frac{U_2}{I_2}$$

$$R_L^* = \frac{U_2^*}{I_2^*} = \alpha^2 \frac{U_2}{I_2} = \alpha^2 R_L$$

Die abgegebene Leistung bleibt erhalten:

$$S = U_2 I_2 = U_2^* I_2^*$$

Diese Ersatzgrößen setzen wir jetzt in unsere Z-Gleichungen ein:

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \underline{I}_1 + j\omega M \alpha \underline{I}_2^*$$

$$\frac{U_2^*}{\alpha} = j\omega M \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \alpha \underline{I}_2^*$$

$$U_2^* = j\omega M \alpha \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \alpha^2 \underline{I}_2^*$$

Für die Z-Parameter gilt jetzt und damit für die Elemente der T-Ersatzschaltung:

$$\underline{Z}_{11} = R_1 + j\omega L_1$$

$$\underline{Z}_{12} = j\omega \alpha M$$

$$\underline{Z}_{21} = j\omega \alpha M$$

$$\underline{Z}_{22} = (R_2 + j\omega L_2) \alpha^2$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega(L_1 - \alpha M)$$

$$\underline{Z}_2 = j\omega \alpha M$$

$$\underline{Z}_3 = \alpha^2 R_2 + j\omega(\alpha^2 L_2 - \alpha M)$$

$$R_2^* = \alpha^2 R_2$$

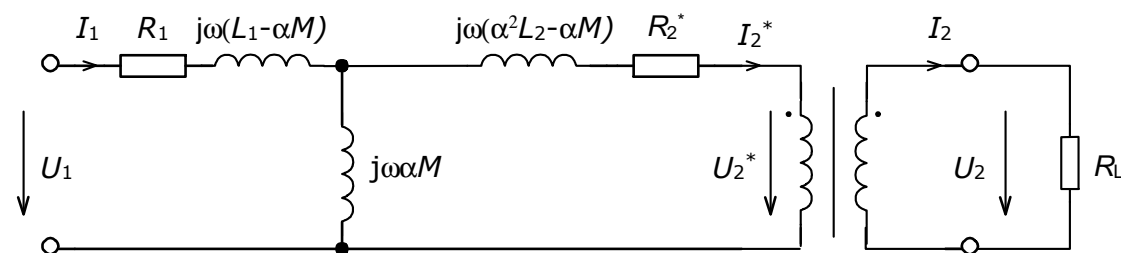


Bild 4

1) Symmetrisches Ersatzschaltbild:

Es unterliegt der Forderung, dass die Induktivitäten in den Längszweigen gleich sein sollen.

$$L_1 - \alpha M = \alpha^2 L_2 - \alpha M$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \dot{i}$$

Der linke Längszweig und somit auch der rechte enthält damit die Induktivität:

$$\frac{\sigma L_1}{2}$$

Für den linken, wie rechten Zweig ergibt sich folgende Ersatzinduktivität:

$$L_1 - \alpha M = L_1 - ik\sqrt{L_1 L_2} = L_1 - \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} k \sqrt{L_1 L_2} = L_1 (1 - k)$$

$$k = \sqrt{1 - \sigma}$$

$$L_1 - \alpha M = L_1 (1 - \sqrt{1 - \sigma}) = L_1 \left( 1 - (1 - \sigma)^{\frac{1}{2}} \right) \approx \frac{L_1 \sigma}{2}$$

Der Querzweig:

$$\alpha M = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} k \sqrt{L_1 L_2} = k L_1$$

$$R_2^* = \alpha^2 R_2$$

Der rechte Widerstand:

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$R_2^* = \dot{u}^2 R_2 = \frac{L_1}{L_2} R_2 = 66,7 \Omega$$

$$R_L = 25 \Omega \quad R_L^* = \dot{u}^2 R_L = \frac{L_1}{L_2} R_L = 1666,6 \Omega$$

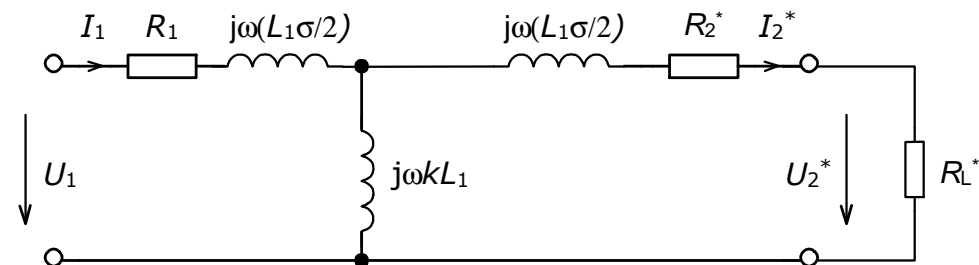


Bild 5

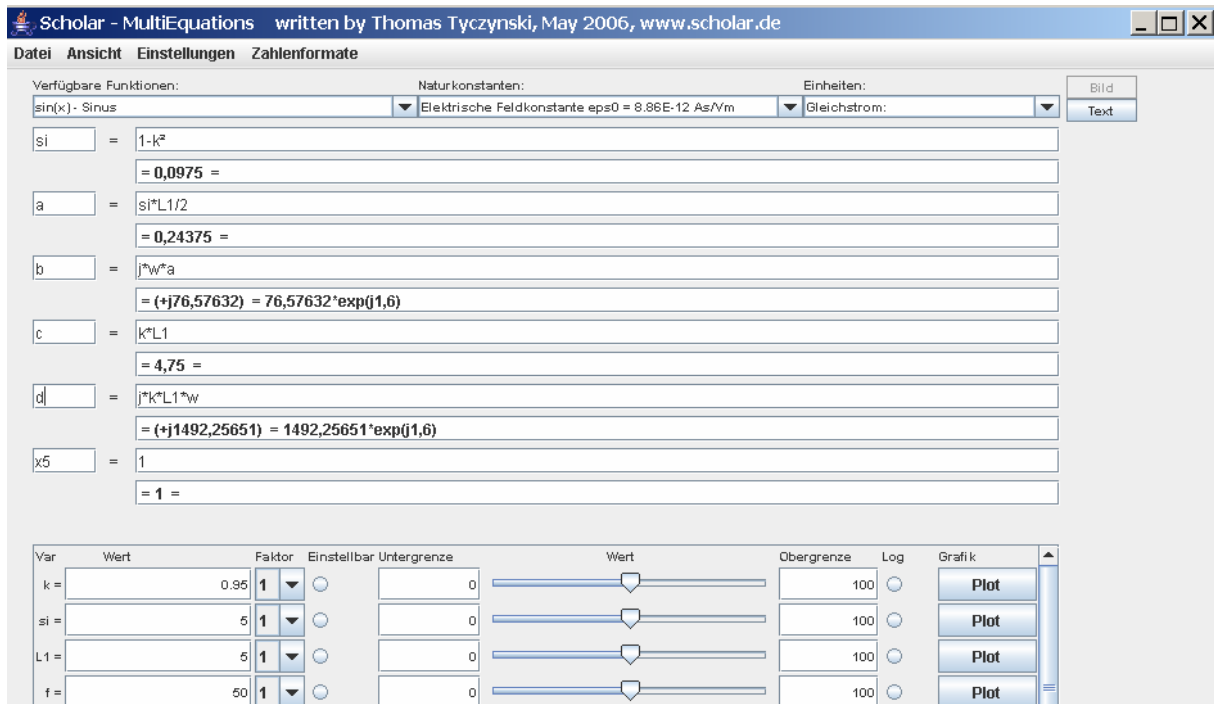


Bild 6

2) Rechte Längsinduktivität gleich Null:

$$\alpha^2 L_2 - \alpha M = 0$$

$$\alpha = \frac{M}{L_2} = \frac{k \sqrt{L_1 L_2}}{L_2} = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = k \ddot{u}$$

Für die linke Ersatzinduktivität ergibt sich damit:

$$L_1 - \alpha M = L_1 - k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} k \sqrt{L_1 L_2} = L_1 (1 - k^2) = L_1 \sigma$$

Der Querzweig:

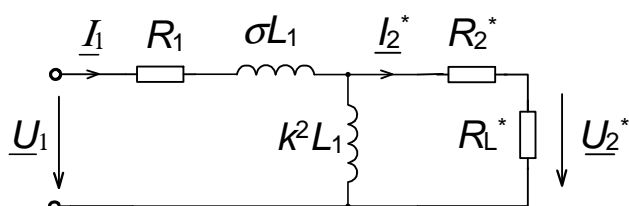
$$\alpha M = k \ddot{u} k \sqrt{L_1 L_2} = k^2 \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \sqrt{L_1 L_2} = k^2 L_1$$

Der rechte Widerstand:

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$R_2^* = k^2 \ddot{u}^2 R_2 = k^2 \frac{L_1}{L_2} R_2 = 60,2 \Omega$$

$$R_L = 25 \Omega \quad R_L^* = k^2 \ddot{u}^2 R_L = k^2 \frac{L_1}{L_2} R_L = 1504,2 \Omega$$



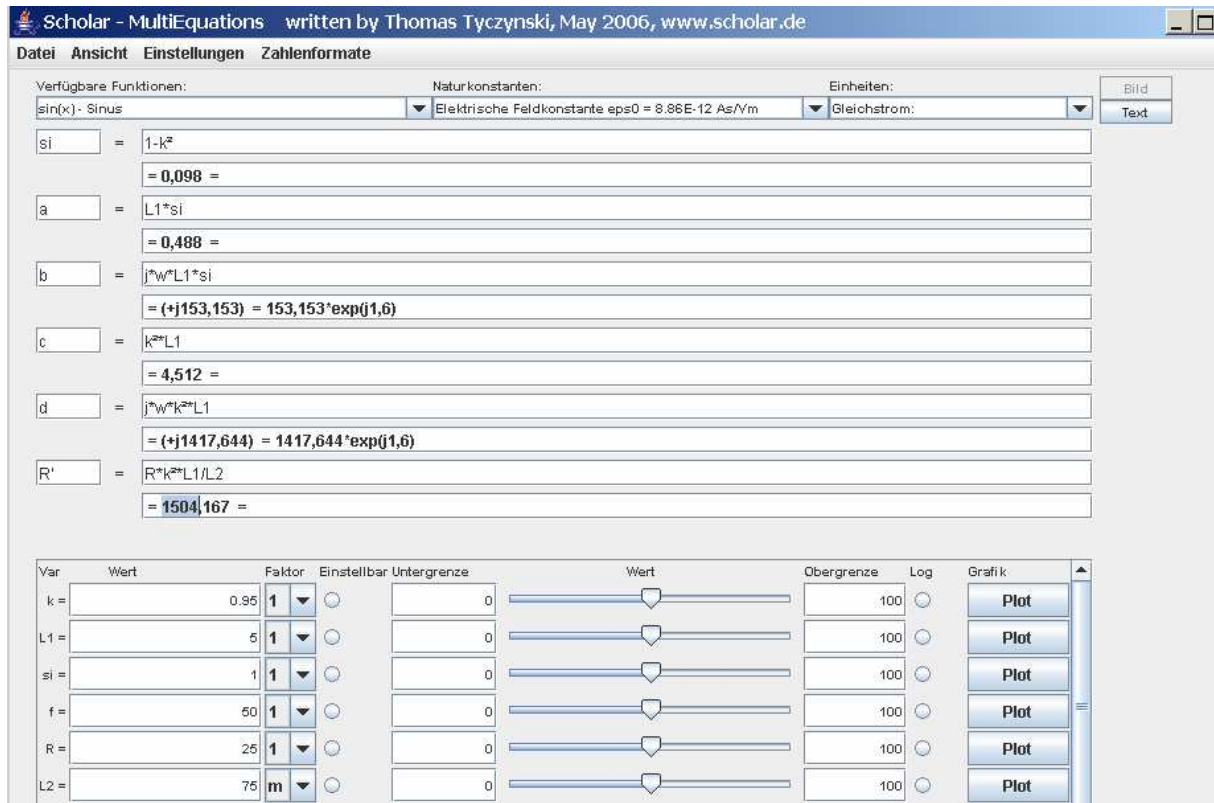


Bild 7

3) Linke Längsinduktivität gleich Null:

$$L_1 - \alpha M = 0$$

$$\alpha = \frac{L_1}{M} = \frac{L_1}{k\sqrt{L_1L_2}} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{\ddot{u}}{k}$$

Für die linke Ersatzinduktivität ergibt sich damit:

$$\alpha^2 L_2 - \alpha M = \frac{1}{k^2} \frac{L_1}{L_2} - \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} k \sqrt{L_1 L_2} =$$

$$L_1 \left( \frac{1}{k^2} - 1 \right) = L_1 \frac{1 - k^2}{k^2} = L_1 \frac{\sigma}{1 - \sigma}$$

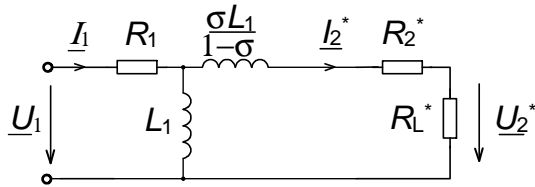
Die Querinduktivität:

$$\alpha M = \frac{\ddot{u}}{k} M = L_1$$

Der rechte Widerstand:

$$R_2^* = \frac{\dot{u}^2}{k^2} R_2 = 73,9 \Omega$$

$$R_L^* = \frac{\dot{u}^2}{k^2} R_L = 1847,5 \Omega$$



Scholar - MultiEquations written by Thomas Tyczynski, May 2006, www.scholar.de

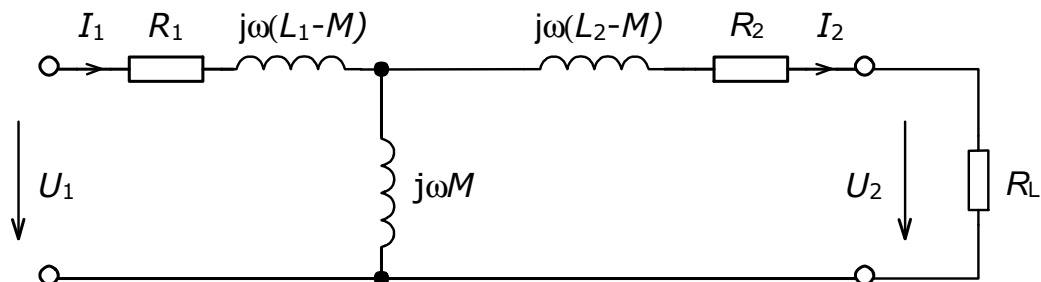
Verfügbare Funktionen:  Naturkonstanten:  Einheiten:

si	=	1-k <sup>2</sup>
	=	0,098
a	=	L1*si/(1-si)
	=	0,54
b	=	j*w*L1*si/(1-si)
	=	(+j169,698) = 169,698*exp(j1,6)
R2	=	L1/L2/k <sup>2</sup> *R2
	=	73,869
RL	=	L1/L2/k <sup>2</sup> *RL
	=	1846,722
x5	=	F
	=	1

Var	Wert	Faktor	Einstellbar	Untergrenze	Wert	Obergrenze	Log	Grafik
k	0.95	1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="text"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="button" value="Plot"/>
L1	5	1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="text"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="button" value="Plot"/>
si	1	1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="text"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="button" value="Plot"/>
f	50	1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="text"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="button" value="Plot"/>
L2	75	m	<input type="checkbox"/>	0	<input type="text"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="button" value="Plot"/>
R2	1	1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="text"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="button" value="Plot"/>
RL	25	1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="text"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="button" value="Plot"/>

Bild 8

Der belastete Trafo am Beispiel des nicht reduzierten Ersatzschaltbildes :



Mit den Ersatzwiderständen der T-Ersatzschaltung gilt für den Ausgangsstrom:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_q}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_M \underline{Z}_2}{\underline{Z}_M + \underline{Z}_2}} \frac{\underline{Z}_M}{\underline{Z}_M + \underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}_q}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_M}}$$

mit:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega(L_1 - M)$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + R_L + j\omega(L_2 - M)$$

$$\underline{Z}_M = j\omega M$$

Scholar - MultiEquations written by Thomas Tyczynski, May 2006, www.scholar.de

Datei Ansicht Einstellungen Zahlenformate

Verfügbare Funktionen: sin(x) - Sinus Naturkonstanten: Elektrische Feldkonstante eps0 = 8.86E-12 As/Vm Einheiten: Gleichstrom: Bild Text

M =  $k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$   
= 0,582 =

Z1 =  $R_1 + j \cdot \omega \cdot (L_1 - M)$   
= (26 + j1388,033) = 1388,276 \* exp(j88,927°)

Z2 =  $R_2 + R_L + j \cdot \omega \cdot (L_2 - M)$   
= (26 - j159,201) = 161,311 \* exp(j-80,725°)

ZM =  $j \cdot \omega \cdot M$   
= (+j182,763) = 182,763 \* exp(j90°)

I =  $U_q / (Z_1 + Z_2 + Z_1 \cdot Z_2 / Z_M)$   
= (1,009 - j0,071) = 1,012 \* exp(j-4,047°)

x5 = F  
= 1 =

Var	Wert	Faktor	Einstellbar	Untergrenze	Wert	Obergrenze	Log	Grafik
k =	0.95	1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot
L1 =		5	<input type="checkbox"/>	0	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot
L2 =		75	m	<input type="checkbox"/>	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot
R1 =		26	<input type="checkbox"/>	0	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot
f =		50	<input type="checkbox"/>	0	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot
M =		1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot
R2 =		1	<input type="checkbox"/>	0	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot
RL =		25	<input type="checkbox"/>	0	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot
Uq =		230	<input type="checkbox"/>	0	<input type="range"/>	100	<input type="checkbox"/>	Plot

Bild 9